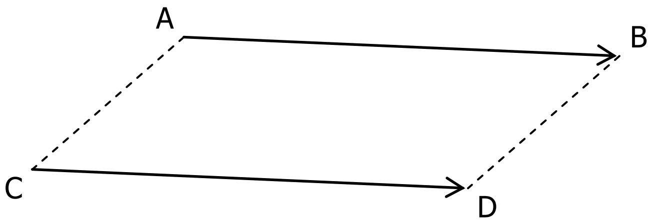
I. TRANSLATION



Définitions :

Définition par les milieux :
À tout point C du plan, on associe, par la **translation** qui transforme A en B, l'unique point D tel que [AD] et [BC] ont même milieu.

Définition par le parallélogramme :
B est l'image de A par la translation qui transforme C en D revient à dire que ABDC est un parallélogramme.

Cette translation est appelée **translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$**

II. VECTEURS DU PLAN

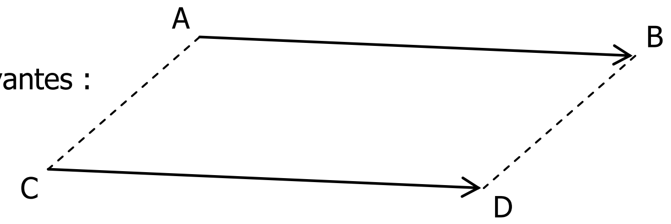
Un vecteur est un trajet que l'on représente à l'aide d'une flèche.

a. Egalité de deux vecteurs

On dit que deux vecteurs sont **égaux** lorsqu'ils ont :

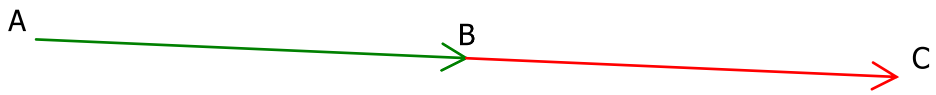
- la même **direction**
- le même **sens**
- la même **longueur**

Exemple :
Dans ce parallélogramme, on peut écrire les égalités suivantes :
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$



Remarques :

- Dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ revient à dire que ABDC est un parallélogramme (éventuellement aplati). (voir ci-dessus)
- Dire que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ revient à dire que B est le milieu de [AC].



- Dire que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ revient à dire que B et C sont confondus.

b. Vecteur nul :

Le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$ est le vecteur $\overrightarrow{AA}$, $\overrightarrow{BB}$, …

c. Opposé d'un vecteur :

On dit que deux vecteurs sont **opposés** lorsqu'ils ont :

- la même direction
- la même longueur
- mais **pas le même sens**

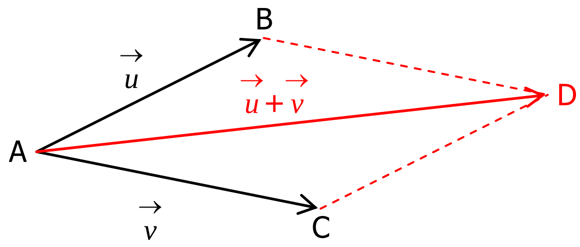
L'opposé d'un vecteur $\vec{u}$ se note $-\vec{u}$. L'opposé d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ se note $-\overrightarrow{AB}$ ou $\overrightarrow{BA}$.

III. OPERATIONS SUR LES VECTEURS

a. Addition de deux vecteurs :

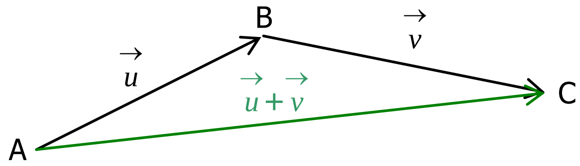
La somme de deux vecteurs et un vecteur.

- Quand les deux vecteurs sont représentés par des flèches ayant la même **origine**, on trace le vecteur somme en construisant un parallélogramme.



- Quand les deux vecteurs sont représentés par des flèches dont l'extrémité de l'une est l'origine de l'autre, on utilise la **Relation de Chasles** :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

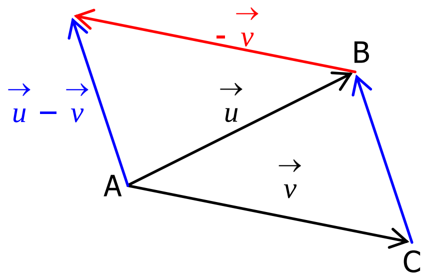


Cette égalité permet de transformer une somme de deux vecteurs en un seul vecteur, et réciproquement.

b. Soustraction de deux vecteurs :

Soustraire un vecteur revient à ajouter son opposé.

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$$



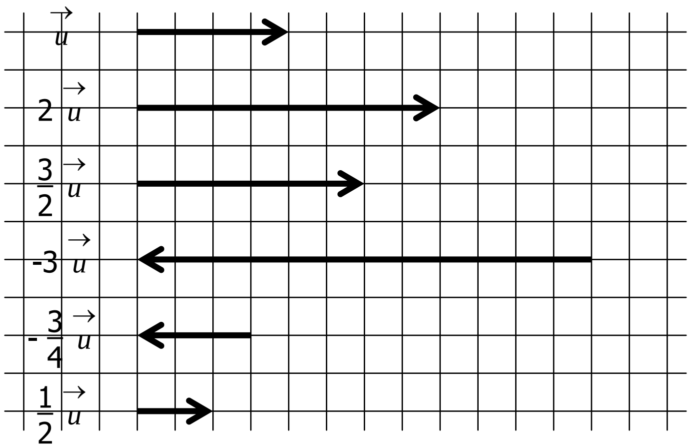
c. Produit d'un vecteur par un réel :

Soit λ un nombre réel et $\vec{u}$ un vecteur.

On appelle **produit de λ par $\vec{u}$** le vecteur noté $\lambda\vec{u}$ caractérisé par :

- La même direction que $\vec{u}$.
- Le même sens que $\vec{u}$ si λ est positif, le sens contraire si λ est négatif.
- Une longueur égale à |λ| fois la longueur de $\vec{u}$.

Exemples :



IV. COLINEARITE DE DEUX VECTEURS

a. Vecteurs colinéaires :

On dit que deux vecteurs sont colinéaires quand ils ont la même direction.

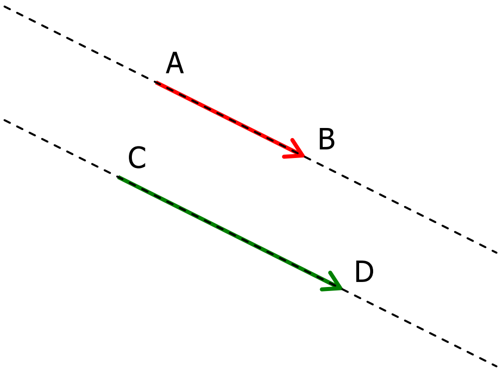
Propriété :

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéraires **équivaut à dire** qu'il existe un réel λ tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$

b. Applications

Démontrer le parallélisme

$\overrightarrow{AB} = \lambda \overrightarrow{CD}$ équivaut à dire que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



Démontrer l'alignement

$\overrightarrow{AB} = \lambda \overrightarrow{AC}$ équivaut à dire que les points A, B et C sont alignés