I. VOCABULAIRE

Réaliser une étude statistique consiste à classer les **individus** d'une **population** en fonction d'un **caractère** (ou **variable**).

Exemple :

- Classer les **élèves** d'une **classe** en fonction de leur **âge**.
- Classer les **voitures** garées sur un **parking** en fonction de leur **couleur**.
- Classer les **joueurs** d'une **équipe de foot** en fonction de leur **poste**.
- Classer des **forfaits** d'un **opérateur téléphonique** en fonction de leur **prix**.

Le caractère étudié peut être **qualitatif** (couleur, poste des joueurs de foot…) ou **quantitatif** (âge, prix…).

Exemple :

Âge (caractère)	*14*	*15*	*16*	*17*	**TOTAL**
Effectif	*1*	*27*	*5*	*2*	*35*
Effectif cumulé croissant	*1*	*28*	*33*	*35*	
Effectif cumulé décroissant	*35*	*34*	*7*	*2*	
Fréquence (%)	*0,029 (2,9)*	*0,771 (77,1)*	*0,143 (14,3)*	*0,057 (5,7)*	*1 (100)*

Pour chaque valeur du caractère, on peut indiquer l'**effectif** (le nombre d'individus) ou la **fréquence** (la proportion d'individu par rapport à la totalité de la population).

Cette fréquence peut s'exprimer sous la forme :

- d'un nombre décimal entre 0 et 1 (Exemple : *0,057*)
- d'un pourcentage (Exemple : *5,7%*)
- d'une fraction (Exemple : $\frac{2}{35}$)

En règle générale :

Valeur du caractère	x_1	x_2	…	x_p	TOTAL
Effectif	n_1	n_2	…	n_p	$\sum_{i=1}^{p} ni = N$
Effectif cumulé croissant	n_1	$n_1 + n_2$	…	$n_1 + n_2 + \ldots + n_p$	
Effectif cumulé décroissant	$n_1 + n_2 + \ldots + n_p$	$n_2 + \ldots + n_p$	…	n_p	
Fréquence	$f_1 = \frac{n_1}{N}$	$f_2 = \frac{n_2}{N}$	…	$f_p = \frac{n_p}{N}$	1

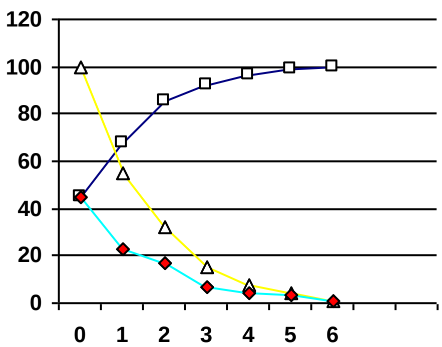
II. REPRESENTATIONS GRAPHIQUES

a. Courbe des effectifs (croissants, décroissants) :

On considère le tableau suivant qui donne le nombre d'enfants dans un effectif de 100 familles :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6
Effectif	45	23	17	7	4	3	1
ECC	45	68	85	92	96	99	100
ECD	100	55	32	15	8	4	1

On a représenté cette série sous forme d'une **courbe** →

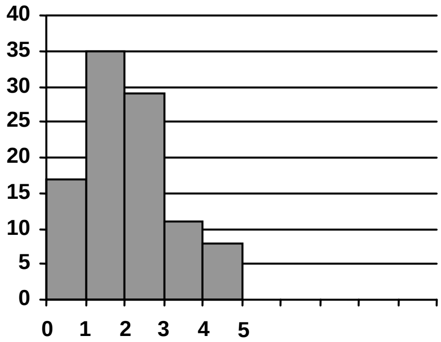


b. Histogramme :

On considère le tableau suivant qui donne le temps passé quotidiennement devant la télévision :

Temps de TV	0 à 1h	1h à 2h	2h à 3h	3h à 4h	4h à 5h
Fréquence	17	35	29	11	8

On a représenté cette série sous forme d'un **histogramme** →

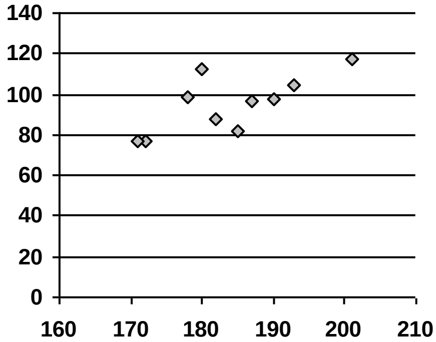


c. Nuage de points :

On considère le tableau suivant qui donne taille et le poids de 10 joueurs de rugby :

Numéro	1	2	4	6	8	9	10	12	14	15
Taille (cm)	180	178	201	187	193	172	185	182	171	190
Poids (Kg)	112	99	117	97	105	77	82	88	77	98

On a représenté cette série sous forme d'un **nuage de points** →



II. MOYENNE

a. Moyenne simple :

Soit x un caractère qui prend les valeurs $x_1, x_2, \dots x_p$, alors la moyenne de cette série statistique est :

$$\boxed{\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} x_i}{p}}$$

Exemple :

Voici les 8 notes (sur 20) d'un élève ce trimestre : 12 ; 15 ; 12 ; 13 ; 10 ; 19 ; 11 ; 7

Alors $\overline{x} = \dfrac{13 + 11 + 12 + 13 + 10 + 19 + 11 + 7}{8} = \dfrac{96}{8} = 12$

b. Moyenne pondérée (coefficientée) :

Soit x un caractère qui prend les valeurs $x_1, x_2, \dots x_p$. Les effectifs respectifs de chaque valeur sont $n_1, n_2, \dots n_p$. L'effectif total est donc $\sum_{i=1}^{p} ni = N$. Alors la moyenne de cette série statistique est :

$$\boxed{\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}}$$

Exemple :

Dans une classe, 7 élèves on eu 12, 3 élèves ont eu 15, 5 élèves ont eu 9 et 1 seul élève au eu 18.

Alors la moyenne de la classe est $\overline{x} = \dfrac{7 \times 12 + 3 \times 15 + 5 \times 9 + 1 \times 18}{7 + 3 + 5 + 1} = \dfrac{192}{16} = 12$

III. MEDIANE, QUARTILES, ETENDUE

Cette série statistique porte sur l'âge des joueurs de l'équipe de France championne d'Europe en 2000 :

ÂGE	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	TOTAL
EFFECTIF	0	1	2	0	1	0	4	0	5	2	1	2	2	0	1	1	**22**

Ce qui signifie qu'il y a : 1 joueur âgé de 21 ans.
2 joueurs âgés de 22 ans.
4 joueurs âgés de 26 ans.
Aucun joueur âgé de 33 ans…

a. Médiane :

C'est la valeur (de l'âge) qui se trouve au **MILIEU** de la série, qui la partage en deux séries d'effectif égal.
Réécrivons tous les ages par ordre croissant :

$$\underbrace{21\ 22\ 22\ 24\ 26\ 26\ 26\ 26\ 28\ 28\ \mathbf{28}}_{11\text{ joueurs}}\ \vdots\ \underbrace{\mathbf{28}\ 28\ 29\ 29\ 30\ 31\ 31\ 32\ 32\ 34\ 35}_{11\text{ joueurs}}$$

Médiane = **28**

La médiane de cette série statistique est de 28 ans.

Remarques :

- Dans le cas où l'effectif de la série est **impair**, la « ligne de partage » est située juste sur une valeur : C'est la valeur médiane.
- Dans le cas où l'effectif de la série est **pair** (dans notre exemple), la « ligne de partage » est située juste entre deux valeurs de la série. Si ces deux valeurs sont différentes, on prend leur moyenne pour valeur médiane.

Définition mathématique :

Soit une série de N données est rangée dans l'ordre croissant

- Si N est impair (N : $2n+ 1$) alors la médiane est la $(n + 1)$-ème donnée.
- Si N est pair (N = $2n$) alors la médiane est la moyenne entre les n-ème et $(n + 1)$-ème données.

b. Quartiles :

C'est les valeurs qui partagent la série en quatre séries d'effectif égal.
En fait, on ne détermine que le 1er et 3ème quartile, puisque le 2ème quartile est la médiane.

Dans l'exemple précédent :

1er quartile : 26 (¼ de 22 = 5,5 → 6ème valeur)
2ème quartile = médiane : 28
3ème quartile : 31 (¾ de 22 = 16,5 → 17ème valeur)

Définition mathématique :

Soit une série de N données est rangée dans l'ordre croissant

- Le 1er quartile est **le plus petit nombre Q_1** tel que **au moins un quart** des données sont inférieures ou égales à Q_1.
- Le 3ème quartile est **le plus petit nombre Q_3** tel que **au moins trois quarts** des données sont inférieures ou égales à Q_3.

c. Caractéristiques de dispersion :

Deux séries de données peuvent avoir des moyennes et médianes très proches, tout en étant constituées des données très différentes. Pour les comparer, on calcule deux **caractéristiques de dispersion** :

L'étendue : c'est la différence entre la valeur la plus haute et la valeur la plus basse de la série.

L'écart interquartile : c'est la différence $Q_3 - Q_1$.