

STATISTIQUES

. Caractéristiques de position et de dispersion

Exo1 : on a relevé la taille, en cm, de 20 hommes :

Taille	172	174	176	178	180	182	184	186
Effectif	2	2	4	2	5	3	1	1

- 1) Calculer la taille moyenne et la taille médiane
- 2) On regroupe les données en classes de 5 cm d'amplitude :
[170 ; 175[, [175 ; 180[, [180 ; 185[, [185 ; 190[
Construire l'histogramme associé
- 3) A partir de l'histogramme, calculer la taille moyenne et la taille médiane ;

Conseil : pour construire l'histogramme, on représente les effectifs de chaque classe par des rectangles dont l'aire est proportionnelle à l'effectif ;

Exo2 : voici le tableau des effectifs d'une série statistique :

classe	[0 ; 3[[3 ; 6[[6 ; 9[[9 ; 12[[12 ; 15[[15 ; 18[[18 ; 21[[21 ; 24[
effectif	5	8	10	40	50	7	4	3

- 1) quelle est la classe modale de cette série ?
- 2) dans quelle classe se trouve la médiane de cette série ?
- 3) pourquoi l'étendue de cette série est-elle un réel de]18 ; 24[?

. Moyenne

Exo3 : La moyenne de cinq notes d'un élève est 12 ; les quatre premières notes sont 13, 10, 8 et 15 ; quelle est la cinquième ?

Exo4 : Après six contrôles, un élève obtient 12 de moyenne, puis 15 au septième contrôle ; tous les contrôles ont le même coefficient. Quelle est la nouvelle moyenne ?

Exo5 : Un mélange de café se compose de 45% d'arabica et de 55% de robusta ; l'arabica coûte 2 euros le kilogramme et le robusta coûte 1,8 euros le kilogramme.
Calculer le prix du kilogramme du mélange arabica-robusta.

Exo6 : Déterminer le pourcentage des enfants de 0 à 14 ans dans l'ensemble des pays européens comprenant l'Allemagne (A), la Belgique (B), l'Espagne (E), la France (F) et l'Irlande (I), connaissant la population et le pourcentage des 0-14 ans dans chacun des cinq pays.

pays	A	B	E	F	I
population (en milliers)	81912	10159	39260	58375	3626
pourcentage des 0-14 ans	15,94	17,65	16,28	19,26	23,37

Conseil : utiliser une moyenne pondérée

. Fréquences

Exo7 : les notes obtenues au 1^{er} devoir de mathématiques des 2^{nde} A sont les suivantes :

note	2	5	9	10	12	15	19
effectifs	2	3	7	8	6	3	1

- 1) Donner les fréquences correspondantes
- 2) Construire un tableau en partageant l'intervalle $[0 ; 20[$ en quatre classes de même amplitude, et donner dans chaque cas la distribution des fréquences, puis les fréquences cumulées croissantes ;

Exo8 : Le mode de la série statistique ci-dessous est égal à 5

Valeurs	4	5	8	12
Fréquence	0,3	f	g	0,2

- 1) Que peut-on dire des fréquences f et g ?
- 2) Que peut-on dire de la moyenne de cette série ?

Exercices types

Exo9 :

Voici la répartition en fonction de l'âge de la population du Canada en 2003 :

Groupes d'âge (en années)	Fréquence (en %)
$[0;10[$	11,6
$[10;20[$	13,4
$[20;30[$	13,6
$[30;40[$	14,8
$[40;50[$	16,6
$[50;60[$	12,7
$[60;70[$	8
$[70;80[$	6
$[80;90[$	2,7
90 ans et plus	0,5

1. Faire un histogramme de cette série statistique.
2. Dans quel groupe d'âge se situe l'âge médian ?
3. Déterminer l'âge moyen d'un habitant du Canada en 2003 (on considèrera le dernier groupe comme la classe $[90;100[$)
4. En 2003, il y avait 4 238,1 milliers d'habitants ayant entre 10 ans et 19 ans. Déterminer alors le nombre total de Canadiens.

Exo10 :

On relève à l'occasion d'un contrôle routier les vitesses des véhicules au bout d'une ligne droite.

Les résultats obtenus sont les suivants dans l'ordre de passage des véhicules en Km / h :

90 - 125 - 93 - 109 - 106 - 88 - 79 - 108 - 99 - 118 - 86 - 123 - 96 - 107 - 89 - 80 - 115 - 70 - 97 - 117 - 129 - 91 - 112 - 88 - 92 - 94 - 96.

- 1) Regrouper les valeurs des vitesses en classes d'amplitude de 10 Km / H
- 2) Déterminer les effectifs, les effectifs cumulés, les fréquences, les fréquences cumulées.
- 3) Combien de véhicules sont passés avec une vitesse inférieure à 100 Km / H ?
- 4) Calculer la moyenne des vitesses relevées.
- 5) Tracer l'histogramme représentatif des résultats.

STATISTIQUES

. Caractéristiques de position et de dispersion

Exo1 : 1) Soit \bar{t} la taille moyenne :

$$\bar{t} = \frac{172 \times 2 + 174 \times 2 + 176 \times 4 + 178 \times 2 + 180 \times 5 + 182 \times 3 + 184 \times 1 + 186 \times 1}{20}$$

$$\text{donc } \bar{t} = \frac{3568}{20} = \mathbf{178,4}$$

Soit t_M la taille médiane ; donnons les effectifs cumulés croissants :

Taille	172	174	176	178	180	182	184	186
Effectifs	2	2	4	2	5	3	1	1
Effectifs cumulés croissants	2	4	8	10	15	18	19	20

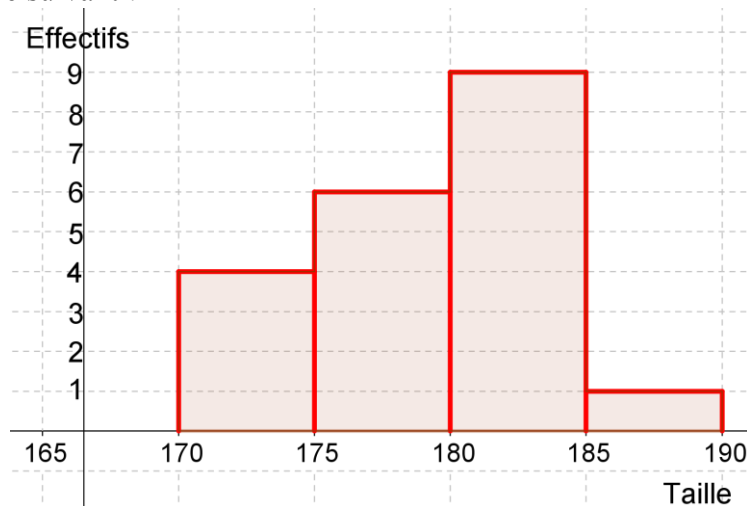
L'effectif $n = 20$ est pair donc : $\frac{n}{2} = \frac{20}{2} = 10$

→ le 10^{ème} rang est 178, le 11^{ème} rang est 179 : la médiane est la moyenne des deux : $t_M = \mathbf{178,5}$

2) Dressons le tableau avec le regroupement de classes proposé :

taille	[170;175[[175;180[[180;185[[185;190[
effectif	4	6	9	1

d'où l'histogramme suivant :



3) d'après l'histogramme, $\bar{t} = \frac{172,5 \times 4 + 177,5 \times 6 + 182,5 \times 9 + 187,5 \times 1}{4 + 6 + 9 + 1} = \mathbf{179,25}$

(on a considéré le centre de chaque intervalle)

Pour la médiane, l'effectif est $n = 20$ est pair donc : $\frac{n}{2} = \frac{20}{2} = 10$

→ le 10^{ème} rang est dans la classe [175 ; 180[et le 11^{ème} rang est dans la classe [180 ; 185[
la médiane est la valeur entre ces classes : $t_M = \mathbf{180}$

Exo2 : 1) la **classe modale** est la classe associée à l'effectif le plus grand, soit ici **[12 ;15[**

2) calculons les effectifs cumulés croissants :

classe	[0 ; 3[[3 ; 6[[6 ; 9[[9 ; 12[[12 ; 15[[15 ; 18[[18 ; 21[[21 ; 24[
effectifs	5	8	10	40	50	7	4	3
ECC	5	13	23	63	113	120	124	127

L'effectif total est $n = 127$: n est impair $\rightarrow \frac{n+1}{2} = \frac{128}{2} = 64$

\rightarrow le 64^{ème} rang se trouve dans la classe [12 ; 15[donc **la médiane se trouve dans [12 ; 15[**

- 3) L'étendue d'une série est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite soit la différence entre un réel de [21 ; 24[et un réel de [0 ; 3[ainsi **l'étendue est bien un réel de]18 ; 24[.**

. Moyenne

Exo3 : La moyenne de cinq notes d'un élève est 12 ; les quatre premières notes sont 13, 10, 8 et 15.

Soit x la cinquième note cherchée, et \bar{x} la moyenne des cinq notes ; on a :

$$\bar{x} = \frac{13 + 10 + 8 + 15 + x}{5} = 12$$

d'où $\frac{46 + x}{5} = 12$, soit $46 + x = 12 \times 5$, donc **$x = 14$**

Exo4 : Après six contrôles, un élève obtient 12 de moyenne, puis 15 au septième contrôle.

Soit \bar{x}' la moyenne des six contrôles : $\bar{x}' = 12$

la somme des six premières notes est alors : $\bar{x}' \times 6 = 12 \times 6 = 72$

soit \bar{x} la nouvelle moyenne ; on a alors : $\bar{x} = \frac{\bar{x}' \times 6 + 15}{7} = \frac{72 + 15}{7} = \frac{87}{7} \approx 12,4$

Exo5 : Un mélange de café se compose de 45% d'arabica (2 € le kg) et de 55% de robusta (1,8 € le kg).

Soit \bar{x} le prix du kilogramme du mélange ; on a :

$$\bar{x} = \frac{45}{100} \times 2 + \frac{55}{100} \times 1,8 = \frac{90 + 99}{100} = 1,89$$

donc **le mélange coûte 1,89 euros du kilogramme**

Exo6 : Le nombre total des 0-14 ans est :

$$n = 81\,912 \times \frac{15,94}{100} + 10\,159 \times \frac{17,65}{100} + 39\,260 \times \frac{16,28}{100} + 58\,375 \times \frac{19,26}{100} + 3\,626 \times \frac{23,37}{100}$$

soit $n \approx 33\,332$

et la population totale est : $N = 81\,912 + 10\,159 + 39\,260 + 58\,375 + 3\,626 = 193\,332$

Ainsi la moyenne cherchée est : $\bar{x} = \frac{n}{N} \approx 0,1724$

donc **17,24% de la population européenne des cinq pays considérés a de 0 à 14 ans**

. Fréquences

Exo7 : 1) L'effectif total est de 30, ce qui permet de calculer les différentes fréquences :

note	2	5	9	10	12	15	19
effectif	2	3	7	8	6	3	1
fréquence	$\frac{2}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{1}{30}$

2) Classes de valeurs :

note	[0;5[[5;10[[10;15[[15;20[
effectif	2	10	14	4
fréquence	$\frac{2}{30}$	$\frac{10}{30}$	$\frac{14}{30}$	$\frac{4}{30}$
fréq. cumulée	$\frac{2}{30}$	$\frac{12}{30}$	$\frac{26}{30}$	1

Exo8 : 1)

Valeurs	4	5	8	12
Fréquence	0,3	f	g	0,2

On a : $f + g = 0,5$ car la somme des fréquences est égale à 1

De plus, 5 est le mode (valeur la plus représentée), donc : $f > 0,3$ d'où $g < 0,2$

Ainsi $f \in]0,3;0,5]$ et $g \in [0;0,2[$

$$2) \bar{x} = 0,3 \times 4 + f \times 5 + g \times 8 + 0,2 \times 12$$

$$= 1,2 + 5f + 8g + 2,4$$

$$= 3,6 + 5f + 8g$$

Or $f \in]0,3;0,5]$ donc $1,5 < 5f \leq 2,5$

Et $g \in [0;0,2[$ donc $0 \leq 8g < 1,6$

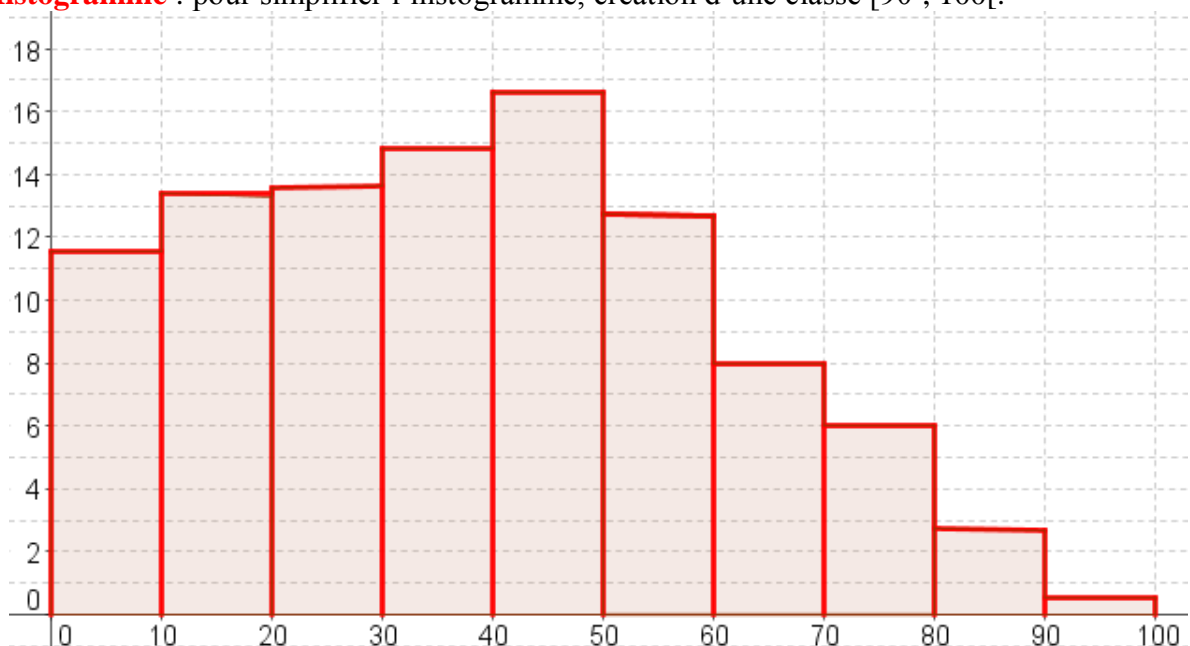
Donc $3,6 + 1,5 + 0 < \bar{x} < 3,6 + 2,5 + 1,6$

Soit $5,1 < \bar{x} < 7,7$

Exercices types

Exo9 :

1. **Histogramme** : pour simplifier l'histogramme, création d'une classe [90 ; 100[.



2. Pour déterminer la classe médiane, on utilise les **fréquences cumulées croissantes**, et on regarde à quel moment on atteint **50 %** de la population canadienne :

Groupes d'âge (en années)	Fréquence (en %)	Fréquences cumulées croissantes (en %)	Centre de classe
[0;10[11,6	11,6	5
[10;20[13,4	11,6 + 13,4 = 25	15
[20;30[13,6	25 + 13,6 = 38,6	25
[30;40[14,8	38,6 + 14,8 = 53,4	35
[40;50[16,6	53,4 + 16,6 = 70	45
[50;60[12,7	70 + 12,7 = 82,7	55
[60;70[8	82,7 + 8 = 90,7	65
[70;80[6	90,7 + 6 = 96,7	75
[80;90[2,7	96,7 + 2,7 = 99,4	85
90 ans et plus	0,6	99,4 + 0,6 = 100	95

→ C'est la classe [30 ; 40[qui atteint les 50 % de la population : ceci est donc la classe médiane

3. On utilise les centres de classe pour le calcul de la moyenne :

$$5 \times \frac{11,6}{100} + 15 \times \frac{13,4}{100} + 25 \times \frac{13,6}{100} + 35 \times \frac{14,8}{100} + 45 \times \frac{16,6}{100} + 55 \times \frac{12,7}{100} + 65 \times \frac{8}{100} + 75 \times \frac{6}{100} + 85 \times \frac{2,7}{100} + 95 \times \frac{0,5}{100} = 38,095$$

4. 4 238 100 Canadiens avaient entre 10 ans et 19 ans, soit 13,4 % de la population X du Canada.

$$\rightarrow \frac{13,4}{100} \times X = 4\,238\,100, \text{ soit } X = \frac{4\,238\,100 \times 100}{13,4} = 31\,627\,611 \text{ habitants}$$

Exo10 :

1, 2 et 3) Regroupons les résultats sous forme d'un tableau.

classes	effectifs	fréquences	effectifs cumulés croissants	fréquences cumulées croissantes
[70 ; 80[2	2/27	2	2/27
[80 ; 90[5	5/27	7	7/27
[90 ; 100[9	9/27	16	16/27
[100 ; 110[4	4/27	20	20/27
[110 ; 120[4	4/27	24	24/27
[120 ; 130[3	3/27	27	27/27

Ainsi **16** véhicules sont passés avec une vitesse inférieure à 100 km/h.

4) Utilisons le centre des classes dans la relation du calcul de la moyenne.

classes	effectifs	centre de classe
[70 ; 80[2	75
[80 ; 90[5	85
[90 ; 100[9	95
[100 ; 110[4	105
[110 ; 120[4	115
[120 ; 130[3	125

$$\bar{x} = \frac{75 \times 2 + 85 \times 5 + 95 \times 9 + 105 \times 4 + 115 \times 4 + 125 \times 3}{2 + 5 + 9 + 4 + 4 + 3} = \frac{150 + 425 + 855 + 420 + 460 + 375}{27} \approx 99,4$$

5)

