

Exercice 1 :

Simplifier le plus possible l'écriture des vecteurs proposés :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$$

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB} =$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} =$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} =$$

$$2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CA} =$$

Exercice 2 :

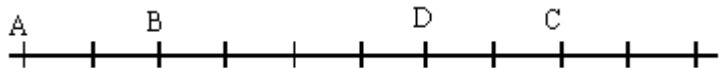
Compléter :

$$\overrightarrow{AB} = \dots\dots \overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{DA} = \dots\dots \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AB} = \dots\dots \overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{BD} = \dots\dots \overrightarrow{CD}$$

**Exercice 3 :**

ABCD est un parallélogramme.

Construire les points E et F définis par : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{5}\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{AD}$.**Exercice 4 :**

On considère les points A(1; 3), B(-2 ; 1) et C(0 ; -4).

Déterminer les coordonnées des points D, E et F définis comme suit :

1. D est tel que ABCD soit un parallélogramme.
2. E est le symétrique de A par rapport à C.
3. F est tel que les segments [FD] et [BC] ont même milieu.

Exercice 5 :

Les vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

Si oui, trouver k tel que : $\vec{v} = k\vec{u}$:

1. $\vec{u}\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{7}\right)$ et $\vec{v}\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{7}\right)$

2. $\vec{u}(1-\sqrt{2}; 1)$ et $\vec{v}(1+\sqrt{2}; -1)$

3. $\vec{u}(\sqrt{3}+1; 2)$ et $\vec{v}(-1; 1-\sqrt{3})$

Exercice 6 :On donne les points : A(0; 3), B(9, -3), C(-3; 5), D $\left(7; -\frac{3}{2}\right)$ et E $\left(-1; \frac{11}{3}\right)$

1. Les points A, B et C sont ils alignés ?
2. Les points A, B et D sont ils alignés ?
3. Les points A, B et E sont ils alignés ?

Exercice 7 :

On donne les points : A (4; -5) et B(-9; -3)

1. Calculer la longueur AB
2. Calculer les coordonnées de I milieu de [AB].

CORRIGE – La Merci (Montpellier)

Exercice 1 :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

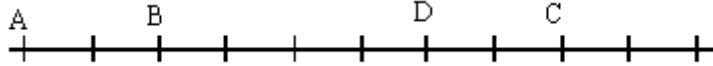
$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AC} + \vec{0} = \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CB}$$

$$2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CA} = 2(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$$

Exercice 2 :



$$\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{DA} = -3\overrightarrow{AB}$$

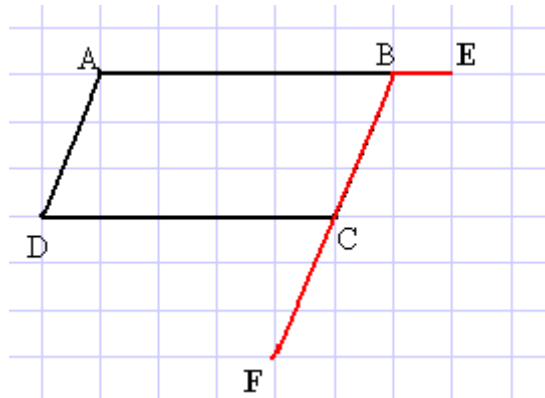
$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{CD}$$

Exercice 3 :

ABCD est un parallélogramme.

Construire les points E et F définis par : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{5}\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{AD}$.



Exercice 4 :

On considère les points A(1; 3), B(-2 ; 1) et C(0 ; -4).

$$1. \text{ ABCD est un parallélogramme } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 - 1 = 0 - x_D \\ 1 - 3 = -4 - y_D \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -x_D \\ -2 + 4 = -y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -2 \end{cases} \rightarrow D(3 ; -2)$$

$$2. \text{ E est le symétrique de A par rapport à C } \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CE} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - x_A = x_E - x_C \\ y_C - y_A = y_E - y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 - 1 = x_E - 0 \\ -4 - 3 = y_E + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = x_E \\ -7 - 4 = y_E \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -1 \\ y_E = -11 \end{cases} \rightarrow E(-1; -11)$$

$$3. \text{ Les segments [FD] et [BC] ont même milieu } \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_F + x_D}{2} = \frac{x_B + x_C}{2} \\ \frac{y_F + y_D}{2} = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F + x_D = x_B + x_C \\ y_F + y_D = y_B + y_C \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_F + 3 = -2 + 0 \\ y_F - 2 = 1 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = -2 - 3 \\ y_F = -3 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = -5 \\ y_F = -1 \end{cases} \rightarrow F(-5; -1)$$

Exercice 5 :

$$1. \vec{u}\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{7}\right) \text{ et } \vec{v}\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{7}\right) \rightarrow \text{d\u00e9terminant} : \frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{7}\right) - \frac{1}{4} \times \left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{1}{7} + \frac{1}{7} = 0$$

donc les deux vecteurs sont colin\u00e9aires et $\vec{v} = \frac{3}{4}\vec{u}$

$$2. \vec{u}(1-\sqrt{2}; 1) \text{ et } \vec{v}(1+\sqrt{2}; -1) \rightarrow \text{d\u00e9terminant} : (1-\sqrt{2}) \times (-1) - 1 \times (1+\sqrt{2}) = -1 + \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} = -2$$

donc les deux vecteurs ne sont pas colin\u00e9aires.

$$3. \vec{u}(\sqrt{3}+1; 2) \text{ et } \vec{v}(-1; 1-\sqrt{3}) \rightarrow \text{d\u00e9terminant} : (\sqrt{3}+1) \times (1-\sqrt{3}) - 2 \times (-1) = 1^2 - (\sqrt{3})^2 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$$

donc les deux vecteurs sont colin\u00e9aires et $\vec{v} = -(\sqrt{3}+1)\vec{u}$

Exercice 6 : On donne les points : A(0; 3), B(9, -3), C(-3; 5), D $\left(7; -\frac{3}{2}\right)$ et E $\left(-1; \frac{11}{3}\right)$

1. Les points A, B et C sont ils align\u00e9s ?

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 9 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, ainsi : $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$: ces deux vecteurs sont colin\u00e9aires et les droites (AB) et (AC) sont parall\u00e8les ; A est un point commun \u00e0 ces deux droites donc les points A, B et C sont align\u00e9s.

2. Les points A, B et D sont ils align\u00e9s ?

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 9 \\ -6 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 7 \\ -\frac{9}{2} \end{pmatrix} \rightarrow \text{d\u00e9terminant} : 9 \times \left(-\frac{9}{2}\right) - (-6) \times 7 = -\frac{81}{2} + 42 = -\frac{81}{2} + \frac{84}{2} = \frac{3}{2}$$

Ainsi les deux vecteurs ne sont pas colin\u00e9aires et donc les points A, B et D ne sont pas align\u00e9s.

3. Les points A, B et E sont ils align\u00e9s ?

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 9 \\ -6 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} -1 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix} \rightarrow \text{d\u00e9terminant} : 9 \times \frac{2}{3} - (-6) \times (-1) = 6 - 6 = 0 :$$

ces deux vecteurs sont colin\u00e9aires et les droites (AB) et (AE) sont parall\u00e8les ; A est un point commun \u00e0 ces deux droites donc les points A, B et E sont align\u00e9s.

Exercice 7 : On donne les points : A (4; -5) et B(-9; -3)

1. Deux m\u00e9thodes pour calculer AB :

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-9-4)^2 + (-3+5)^2} = \sqrt{(-13)^2 + (+2)^2} = \sqrt{169+4} = \sqrt{173}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \rightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -9-4 \\ -3+5 \end{pmatrix}, \text{ d'o\u00f9 } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -13 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{AB} = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-13)^2 + (+2)^2} = \sqrt{169+4} = \sqrt{173}$$

2. I milieu de [AB] :

$$\mathbf{I} \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right) \rightarrow \mathbf{I} \left(\frac{4-9}{2}; \frac{-5-3}{2} \right) \rightarrow \mathbf{I} \left(\frac{-5}{2}; -4 \right)$$