

EXERCICE 1 - MARSEILLE 2000.

On considère le nombre : $B = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$
Écrire B sous la forme d'un nombre entier.

EXERCICE 2 - BORDEAUX 2000.

Calculer : $A = \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$

On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{13}$ où a est un nombre entier.

EXERCICE 3 - CAEN 2000.

Écrire le nombre $\sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers.

EXERCICE 4 - CLERMONT-FERRAND 2000.

On donne l'expression algébrique :

$$D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$$

1. Montrer que D peut s'écrire sous la forme développée puis réduite : $D = 14x^2 - 9x - 18$

2. Calculer les valeurs de D pour $x = \frac{3}{2}$ puis pour

$x = \sqrt{2}$. Écrire le second résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$ avec a et b entiers.

EXERCICE 5 - GRENOBLE 2000.

Soit le nombre : $C = \sqrt{27} - 3\sqrt{75}$

a. Mettre C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers.

b. Montrer, en indiquant les étapes du calcul, que C^2 est un nombre entier.

EXERCICE 6 - LIMOGES 2000.

Soit le nombre :

$$C = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 2)$$

Écrire le nombre C sous la forme $a + b\sqrt{6}$ où a et b sont des nombres entiers relatifs.

EXERCICE 7 - NANTES 2000.

On considère le nombre A suivant :

$$A = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$$

Démontrer que $A = 0$

Exercice 8 - Orléans Tours 2000.

I. On donne l'expression suivante :

$$K(x) = (5x - 3)^2 + 6(5x - 3)$$

1. Développer et réduire $K(x)$.

2. Calculer $K(\sqrt{2})$.

II. On pose : $N = \sqrt{20} - \sqrt{45} - 7\sqrt{5}$

Écrire le nombre N sous la forme $p\sqrt{q}$, avec p entier relatif et q entier le plus petit possible.

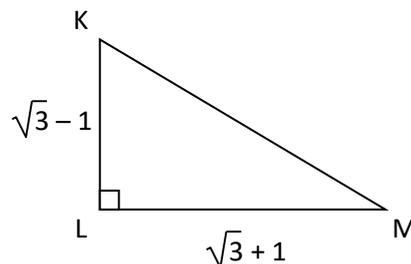
EXERCICE 9 - PARIS 2000.

1. $D = \sqrt{3} - 1$ et $E = \sqrt{3} + 1$

a. Développer D^2 et E^2 et donner les résultats sous la forme $a = \sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers.

b. Démontrer que $D \times E$ est un nombre entier.

2. KLM est un triangle rectangle en L.



a. Calculer la valeur exacte de la longueur KM.

b. Calculer l'aire du triangle KLM.

EXERCICE 10 - AFRIQUE 2000.

Soit le nombre :

$$A = \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{500}$$

Écrire A sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs, b le plus petit possible.

EXERCICE 11 - AFRIQUE 2000.

Soit le nombre :

$$B = \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$$

Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et où b est un entier naturel le plus petit possible.

EXERCICE 12 - ANTILLES 2000.

Soit le nombre :

$$B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b le plus petit possible.

EXERCICE 13 - PONDICHERY 2000.

1. Calculer : $B = (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})$

2. Calculer : $C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \sqrt{500}$

On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$, avec b entier positif le plus petit possible.

NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER**CORRIGE****EXERCICE 1 - MARSEILLE 2000.**

$$B = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$$

$$B = (5\sqrt{2})^2 - 7^2$$

$$B = 25 \times 2 - 49$$

$$B = 1$$

EXERCICE 2 - BORDEAUX 2000.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52} \\ &= \sqrt{81 \times 13} - 3\sqrt{25 \times 13} + 2 \times \sqrt{4} \times \sqrt{13} \\ &= \sqrt{81} \times \sqrt{13} - 3\sqrt{25} \times \sqrt{13} + 2 \times \sqrt{4} \times \sqrt{13} \\ &= 9\sqrt{13} - 15\sqrt{13} + 4\sqrt{13} \\ &= (9 - 15 + 4)\sqrt{13} \\ &= -2\sqrt{13} \end{aligned}$$

EXERCICE 3 - CAEN 2000.

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125} \\ &= \sqrt{36} \times \sqrt{5} + 3\sqrt{16} \times \sqrt{5} - 2\sqrt{25} \times \sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} + 3 \times 4\sqrt{5} - 2 \times 5\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 10\sqrt{5} \\ &= 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

EXERCICE 4 - CLERMONT-FERRAND 2000.

$$\begin{aligned} 1. \quad D &= (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2 \\ &= 18x^2 - 27x + 6x - 9 - (4x^2 - 12x + 9) \\ &= 18x^2 - 21x - 9 - 4x^2 + 12x - 9 \\ &= 14x^2 - 9x - 18 \end{aligned}$$

$$2. \quad \text{Pour } x = \frac{3}{2}: \quad D = 14 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 9 \times \frac{3}{2} - 18$$

$$D = 14 \times \frac{9}{4} - \frac{27}{2} - 18$$

$$D = \frac{63}{2} - \frac{27}{2} - \frac{36}{2}$$

$$D = 0$$

$$\text{Pour } x = \sqrt{2}: \quad D = 14 \times (\sqrt{2})^2 - 9 \times \sqrt{2} - 18$$

$$D = 14 \times 2 - 9\sqrt{2} - 18$$

$$D = 10 - 9\sqrt{2}$$

EXERCICE 5 - GRENOBLE 2000.

$$a. \quad C = \sqrt{27} - 3\sqrt{75}$$

$$C = \sqrt{9 \times 3} - 3\sqrt{25 \times 3}$$

$$C = \sqrt{3^2 \times 3} - 3\sqrt{5^2 \times 3}$$

$$C = 3\sqrt{3} - 3 \times 5\sqrt{3}$$

$$C = (3 - 15)\sqrt{3}$$

$$C = -12\sqrt{3}$$

$$b. \quad C^2 = (-12\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} = 144 \times 3 = 432$$

EXERCICE 6 - LIMOGES 2000.

$$C = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 2)$$

$$C = 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} + 3\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2$$

$$C = 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} + 2 - 3\sqrt{2} + 2$$

$$C = 4 + 3\sqrt{6}$$

EXERCICE 7 - NANTES 2000.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{25} \times \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 10\sqrt{5} \\ &= (2 - 12 + 10)\sqrt{5} \\ &= 0\sqrt{5} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Exercice 8 - Orléans Tours 2000.

I.

$$1. \quad K(x) = (5x - 3)^2 + 6(5x - 3)$$

$$K(x) = 25x^2 - 30x + 9 + 30x - 18$$

$$K(x) = 25x^2 - 9$$

$$2. \quad K(\sqrt{2}) = 25 \times (\sqrt{2})^2 - 9 = 25 \times 2 - 9 = 41$$

II. $N = \sqrt{20} - \sqrt{45} - 7\sqrt{5}$

$$N = \sqrt{4 \times 5} - \sqrt{9 \times 5} - 7\sqrt{5}$$

$$N = \sqrt{2^2 \times 5} - \sqrt{3^2 \times 5} - 7\sqrt{5}$$

$$N = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 7\sqrt{5}$$

$$N = (2 - 3 - 7)\sqrt{5}$$

$$N = -8\sqrt{5}$$

EXERCICE 9 - PARIS 2000.

$$1. \quad D = \sqrt{3} - 1 \quad \text{et} \quad E = \sqrt{3} + 1$$

$$\begin{aligned} \text{a. } D^2 &= (\sqrt{3}-1)^2 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1^2 \\ &= 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 4 - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E^2 &= (\sqrt{3}+1)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1^2 \\ &= 3 + 2\sqrt{3} + 1 = 4 + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

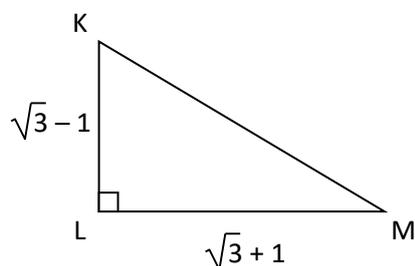
$$\text{b. } D \times E = (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$$

$$D \times E = (\sqrt{3})^2 - 1^2$$

$$D \times E = 3 - 1$$

$$D \times E = 2$$

2. KLM est un triangle rectangle en L.



a. Le triangle KLM est rectangle en L.

D'après le **théorème de Pythagore** :

$$KM^2 = KL^2 + LM^2$$

$$KM^2 = (\sqrt{3}-1)^2 + (\sqrt{3}+1)^2$$

$$KM^2 = 4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3}$$

$$KM^2 = 8$$

$$KM = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

b. Aire du triangle KLM :

$$\frac{KL \times LM}{2} = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm}^2$$

EXERCICE 10 - AFRIQUE 2000.

$$A = \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{500}$$

$$A = \sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{100 \times 5}$$

$$A = \sqrt{3^2 \times 5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{10^2 \times 5}$$

$$A = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$$

$$A = (3 - 2 + 10)\sqrt{5}$$

$$A = 11\sqrt{5}$$

EXERCICE 11 - AFRIQUE 2000.

$$B = \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$$

$$= \sqrt{4} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{16} \times \sqrt{3} - \sqrt{25} \times \sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$$

$$= (2 + 8 - 5)\sqrt{3}$$

$$= 5\sqrt{3}$$

EXERCICE 12 - ANTILLES 2000.

$$B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

$$B = 5\sqrt{9 \times 3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{4 \times 3}$$

$$B = 5\sqrt{3^2 \times 3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{2^2 \times 3}$$

$$B = 5 \times 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$B = (15 - 3 + 2)\sqrt{3}$$

$$B = 14\sqrt{3}$$

EXERCICE 13 - PONDICHERY 2000.

$$1. \quad B = (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})$$

$$B = 5^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$B = 25 - 3$$

$$B = 22$$

$$C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \sqrt{500}$$

$$= 4\sqrt{5} - 3\sqrt{9} \times \sqrt{5} + \sqrt{100} \times \sqrt{5}$$

$$2. \quad = 4\sqrt{5} - 9\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$$

$$= (4 - 9 + 10)\sqrt{5}$$

$$= 5\sqrt{5}$$