

EXERCICE 3B.1

Une usine fabrique des pièces pour l'horlogerie.

Une pièce peut être défectueuse à cause d'au moins l'un de deux défauts appelés A et B. On considère un lot de 10 000 pièces dans lequel 2% des pièces présentent le défaut A, 8% présentent le défaut B, et 0,16% présentent simultanément les deux défauts.

1. Faire un diagramme ensembliste (les patatoïdes) pour représenter la situation, et déterminer le pourcentage de pièces qui n'ont aucun défaut.
2. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

	A	\overline{A}	TOTAL
B			
\overline{B}			
TOTAL			10 000

3. On choisit au hasard une pièce dans ce lot de 10 000. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

- E_1 : « La pièce choisie présente l'un au moins des deux défauts » ;
- E_2 : « La pièce choisie présente un défaut et un seul » ;
- E_3 : « La pièce choisie ne présente aucun défaut ».

EXERCICE 3B.2

Dans une usine du secteur de l'agro-alimentaire, une machine à embouteiller est alimentée par un réservoir d'eau et par une file d'approvisionnement en bouteilles vides.

1. On considère qu'il y a défaut d'approvisionnement :

- soit lorsque la file d'entrée des bouteilles est vide,
- soit lorsque le réservoir est vide.

On tire au hasard un jour ouvrable dans une année. On note A l'événement : « la file d'attente est vide au moins une fois dans la journée » et B l'événement : « le réservoir est vide au moins une fois dans la journée ».

On suppose que les événements A et B sont indépendants et une étude statistique a montré que $P(A) = 0,04$ et $P(B) = 0,02$.

Calculer la probabilité des événements suivants :

1. $E_1 = A \cap B$.
2. E_2 : « la machine a connu au moins un défaut d'approvisionnement dans la journée ».

EXERCICE 3B.3

Une entreprise fabrique des chaudières de deux types :

- des chaudières dites « à cheminée ».
- des chaudières dites « à ventouse ».

L'entreprise a fabriqué en un mois 900 chaudières à cheminée et 600 chaudières à ventouse. Dans ce lot, 1% des chaudières à cheminée sont défectueuses et 5% des chaudières à ventouse sont défectueuses.

On prélève au hasard une chaudière dans la production de ce mois. Toutes les chaudières ont la même probabilité d'être prélevées.

On considère les événements suivants :

- A : « La chaudière est à cheminée » ;
- B : « La chaudière est à ventouse » ;
- D : « La chaudière présente un défaut ».

A l'aide d'un tableau, déterminer :

1. $P(A)$ et $P(B)$.
2. Calculer $P(D \cap A)$ et $P(D \cap B)$.
3. a. La probabilité qu'une chaudière à ventouse présente un défaut.
b. La probabilité qu'une chaudière à cheminée présente un défaut.
4. $P(D)$ et $P(\overline{D})$.

EXERCICE 3B.4

Deux machines fabriquent des pièces en grande quantité. On suppose que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée de la *Machine 1* soit conforme est $P_1 = 0,914$ et que la probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans la production d'une journée de la *Machine 2* soit conforme est $P_2 = 0,879$.

La *Machine 1* fournit 60% de la production totale des ces pièces et la *Machine 2* le reste de cette production.

On prélève au hasard une pièce parmi la production totale de l'entreprise de la journée.

Toutes les pièces ont la même probabilité d'être tirées.

On définit les événements suivants :

- A : « La pièce provient de la *Machine 1* » ;
- B : « La pièce provient de la *Machine 2* » ;
- C : « La pièce est conforme ».

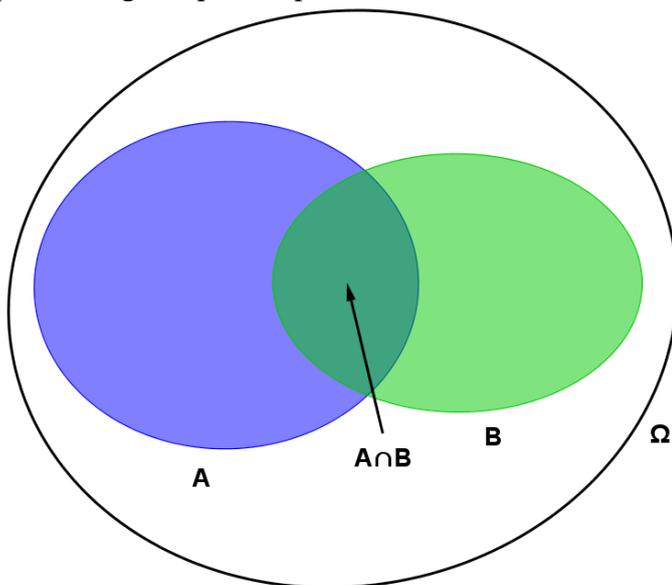
A l'aide d'un tableau, déterminer :

1. $P(A)$ et $P(B)$.
2. $P(C \cap A)$ et $P(C \cap B)$.
3. La probabilité que la pièce soit conforme.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI**EXERCICE 3B.1**

Une usine fabrique des pièces pour l'horlogerie. Une pièce peut être défectueuse à cause d'au moins l'un de deux défauts appelés A et B. On considère un lot de 10 000 pièces dans lequel 2% des pièces présentent le défaut A, 8% présentent le défaut B, et 0,16% présentent simultanément les deux défauts.

1. Faire un diagramme ensembliste (les patatoïdes) pour représenter la situation, et déterminer le pourcentage de pièces qui n'ont aucun défaut.



Pourcentage de pièces qui n'ont aucun défaut :

$$\begin{aligned} p(\overline{A \cup B}) &= 1 - p(A \cup B) \\ &= 1 - [p(A) + p(B) - p(A \cap B)] \\ &= 1 - [0,02 + 0,08 - 0,0016] \\ &= 1 - 0,0984 \\ &= 0,9016 \end{aligned}$$

2. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

	A	\overline{A}	TOTAL
B	16	784	800
\overline{B}	184	9 016	9 200
TOTAL	200	9 800	10 000

3. On choisit au hasard une pièce dans ce lot de 10 000. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies. → **au hasard : équiprobabilité**

• **E₁** : « La pièce choisie présente l'un au moins des deux défauts » :

$$\begin{aligned} p(E_1) &= \frac{\text{nbre de pièces ayant un défaut}}{\text{nombre total de pièces}} \\ &= \frac{10\,000 - 9\,016}{10\,000} = 0,0984 \end{aligned}$$

• **E₂** : « La pièce choisie présente un défaut et un seul » :

$$\begin{aligned} p(E_2) &= \frac{\text{nbre de pièces ayant un seul défaut}}{\text{nombre total de pièces}} \\ &= \frac{784 + 184}{10\,000} = 0,0968 \end{aligned}$$

• **E₃** : « La pièce choisie ne présente aucun défaut » :

$$\begin{aligned} p(E_3) &= \frac{\text{nbre de pièces n'ayant aucun défaut}}{\text{nombre total de pièces}} \\ &= \frac{9\,016}{10\,000} = 0,9016 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} p(E_3) &= 1 - p(E_1) \\ &= 1 - 0,0984 = 0,9016 \end{aligned}$$

EXERCICE 3B.2

Dans une usine du secteur de l'agro-alimentaire, une machine à embouteiller est alimentée par un réservoir d'eau et par une file d'approvisionnement en bouteilles vides.

1. On considère qu'il y a défaut d'approvisionnement :

- soit lorsque la file d'entrée des bouteilles est vide,
- soit lorsque le réservoir est vide.

On tire au hasard un jour ouvrable dans une année. On note **A** l'événement : « la file d'attente est vide au moins une fois dans la journée »

et **B** l'événement : « le réservoir est vide au moins une fois dans la journée ».

On suppose que les événements A et B sont indépendants et une étude statistique a montré que $p(A) = 0,04$ et $p(B) = 0,02$.

Calculer la probabilité des événements suivants :

1. $E_1 = A \cap B$

Les événements A et B sont indépendants (ou disjoints) donc $p(E_1) = p(A \cap B) = 0$

2. E_2 : « la machine a connu au moins un défaut d'approvisionnement dans la journée ».

$$\begin{aligned} p(E_2) &= p(A \cup B) \\ &= p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ &= p(A) + p(B) \\ &= 0,04 + 0,02 \\ &= 0,06 \end{aligned}$$

EXERCICE 3B.3

Une entreprise fabrique des chaudières de deux types :

- des chaudières dites « à cheminée ».
- des chaudières dites « à ventouse ».

L'entreprise a fabriqué en un mois 900 chaudières à cheminée et 600 chaudières à ventouse. Dans ce lot, 1% des chaudières à cheminée sont défectueuses et 5% des chaudières à ventouse sont défectueuses.

On prélève au hasard une chaudière dans la production de ce mois. Toutes les chaudières ont la même probabilité d'être prélevées.

On considère les événements suivants :

- **A** : « La chaudière est à cheminée » ;
- **B** : « La chaudière est à ventouse » ;
- **D** : « La chaudière présente un défaut ».

A l'aide d'un tableau, déterminer :

	D	\bar{D}	TOTAL
A	9	891	900
B	30	570	600
TOTAL	39	1 461	1 500

1. $p(A)$ et $p(B)$.

$$p(A) = \frac{\text{nbre de chaudières à cheminée}}{\text{nombre total de chaudières}} = \frac{900}{1\,500} = 0,6$$

$$p(B) = \frac{\text{nbre de chaudières à ventouse}}{\text{nombre total de chaudières}} = \frac{600}{1\,500} = 0,4$$

2. Calculer $p(D \cap A)$ et $p(D \cap B)$.

$$p(D \cap A) = \frac{\text{nb de chaudières à cheminée ayant un défaut}}{\text{nombre total de chaudières}} = \frac{9}{1\,500} = 0,006$$

$$p(D \cap B) = \frac{\text{nb de chaudières à ventouse ayant un défaut}}{\text{nombre total de chaudières}} = \frac{30}{1\,500} = 0,02$$

3. a. La probabilité qu'une chaudière à ventouse présente un défaut.

$$p = \frac{\text{nb de chaudières à ventouse ayant un défaut}}{\text{nombre total de chaudières à ventouse}} = \frac{30}{600} = 0,05$$

b. La probabilité qu'une chaudière à cheminée présente un défaut.

$$p = \frac{\text{nb de chaudières à cheminée ayant un défaut}}{\text{nombre total de chaudières à cheminée}} = \frac{9}{900} = 0,01$$

4. $p(D)$ et $p(\bar{D})$.

$$p(D) = \frac{\text{nb de chaudières ayant un défaut}}{\text{nombre total de chaudières}} = \frac{39}{1\,500} = 0,026$$

$$p(\bar{D}) = 1 - p(D) = 1 - 0,026 = 0,974$$

EXERCICE 3B.4

Deux machines fabriquent des pièces en grande quantité. On suppose que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée de la *Machine 1* soit conforme est $P_1 = 0,914$ et que la probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans la production d'une journée de la *Machine 2* soit conforme est $P_2 = 0,879$.

La *Machine 1* fournit 60% de la production totale des ces pièces et la *Machine 2* le reste de cette production. On prélève au hasard une pièce parmi la production totale de l'entreprise de la journée.

Toutes les pièces ont la même probabilité d'être tirées.

On définit les événements suivants :

- **A** : « La pièce provient de la *Machine 1* » ;
- **B** : « La pièce provient de la *Machine 2* » ;
- **C** : « La pièce est conforme ».

A l'aide d'un tableau, déterminer :

	C	\bar{C}	TOTAL
A	0,914	0,086	60%
B	0,879	0,121	40%
TOTAL			100%

1. $p(A)$ et $p(B)$.

$$p(A) = 0,6 \text{ et } p(B) = 0,4$$

2. $p(C \cap A)$ et $p(C \cap B)$.

$$p(C \cap A) = \% \text{ de pièces conformes venant de la machine 1} = 0,914 \times \frac{60}{100} = 0,5484$$

$$p(C \cap B) = \% \text{ de pièces conformes venant de la machine 2} = 0,879 \times \frac{40}{100} = 0,3516$$

3. La probabilité que la pièce soit conforme.

Les événements A et B sont disjoints, donc :

$$p(C) = p(C \cap A) + p(C \cap B) = 0,5484 + 0,3516 = 0,9$$