Exercice 3.1 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point $A(3;1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 3.2 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point $B(-4;7)$ et de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 3.3 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par les points $A(3;1)$ et $B(-4;7)$ en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 3.4 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par les points $A(-1;1)$ et $B(3;-11)$ en utilisant deux méthodes différentes.

CORRIGE – Notre Dame de La Merci - Montpellier

Exercice 3.1 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point $A(3;1)$ *et de vecteur directeur* $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$.

SANS LES VECTEURS :

On cherche d'abord l'équation réduite de droite de la forme : $y = mx + p$.

Le vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur $\vec{u'}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ donc obtient directement $m = -3$.

Donc l'équation devient : $y = -3x + p$ et les coordonnées du point A vérifient l'équation de cette droite :

$$y_A = -3x_A + p \Leftrightarrow 1 = -3\times 3 + p \Leftrightarrow 1 = -9 + p \Leftrightarrow 1 + 9 = p \Leftrightarrow p = 10$$

Ainsi : $y = -3x + 10 \Leftrightarrow 3x + y - 10 = 0$

AVEC LES VECTEURS :

La droite cherchée est l'ensemble des points M du plan tels que le vecteur $\overrightarrow{AM}$ soit colinéaire au vecteur $\vec{u}$.

On pose $M(x;y)$ donc : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-3\\y-1\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AM} \text{ est colinéaire à } \vec{u} \Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{AM},\vec{u}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix}x-3 & -1\\ y-1 & 3\end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3\times(x-3) - (-1)\times(y-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 9 - (-y + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 9 + y - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 10 = 0$$

Exercice 3.2 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point $B(-4;7)$ *et de vecteur directeur* $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$.

SANS LES VECTEURS :

On cherche d'abord l'équation réduite de droite de la forme : $y = mx + p$.

Le vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur $\vec{v'}\begin{pmatrix}1\\-\frac{1}{3}\end{pmatrix}$ donc obtient directement $m = -\frac{1}{3}$.

Donc l'équation devient : $y = -\frac{1}{3}x + p$ et les coordonnées du point B vérifient l'équation de cette droite :

$$y_B = -\frac{1}{3}x_B + p \Leftrightarrow 7 = -\frac{1}{3}\times(-4) + p \Leftrightarrow 7 = \frac{4}{3} + p \Leftrightarrow \frac{21}{3} - \frac{4}{3} = p \Leftrightarrow p = \frac{17}{3}$$

Ainsi : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{17}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3}x + y - \frac{17}{3} = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 17 = 0$

AVEC LES VECTEURS :

La droite cherchée est l'ensemble des points M du plan tels que le vecteur $\overrightarrow{BM}$ soit colinéaire au vecteur $\vec{v}$.

On pose $M(x;y)$ donc : $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x+4\\y-7\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{BM} \text{ est colinéaire à } \vec{v} \Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{BM},\vec{v}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix}x+4 & 3\\ y-7 & -1\end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -1\times(x+4) - 3\times(y-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x - 4 - 3y + 21 = 0 \Leftrightarrow -x - 3y + 17 = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 17 = 0$$

Exercice 3.3 : *Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par les points* $A(3;1)$ *et* $B(-4;7)$

SANS LES VECTEURS :

On cherche d'abord l'équation réduite de droite de la forme : $y = mx + p$.

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{7-1}{-4-3} = \frac{6}{-7} = -\frac{6}{7}$$

Donc l'équation devient : $y = -\frac{6}{7}x + p$ et les coordonnées du point A vérifient l'équation de cette droite :

$$y_A = -\frac{6}{7}x_A + p \iff 1 = -\frac{6}{7}\times 3 + p \iff 1 = -\frac{18}{7} + p \iff \frac{7}{7} + \frac{18}{7} = p \iff p = \frac{25}{7}$$

Ainsi : $y = -\frac{6}{7}x + \frac{25}{7} \iff \frac{6}{7}x + y - \frac{25}{7} = 0 \iff 6x + 7y - 25 = 0$

AVEC LES VECTEURS :

On définit d'abord le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4-3\\7-1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-7\\6\end{pmatrix}$.

La droite cherchée est l'ensemble des points M du plan tels que le vecteur $\overrightarrow{AM}$ soit colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}$.

On pose $M(x;y)$ donc : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-3\\y-1\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AM} \text{ est colinéaire à } \overrightarrow{AB} \iff \det\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right) = 0 \iff \begin{vmatrix}x-3 & -7\\ y-1 & 6\end{vmatrix} = 0 \iff 6\times(x-3) - (-7)\times(y-1) = 0$$

$$\iff 6x - 18 - (-7y + 7) = 0 \iff 6x - 18 + 7y - 7 = 0 \iff 6x + 7y - 25 = 0$$

Exercice 3.4 : *Déterminer l'équation de la droite passant par les points* $A(-1;1)$ *et* $B(3;-11)$

SANS LES VECTEURS :

On cherche d'abord l'équation réduite de droite de la forme : $y = mx + p$.

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-11-1}{3-(-1)} = \frac{-12}{3+1} = \frac{-12}{4} = -3$$

Donc l'équation devient : $y = -3x + p$ et les coordonnées du point A vérifient l'équation de cette droite :

$$y_A = -3x_A + p \iff 1 = -3\times(-1) + p \iff 1 = 3 + p \iff 1 - 3 = p \iff p = -2$$

Ainsi : $y = -3x - 2 \iff 3x + y + 2 = 0$

AVEC LES VECTEURS :

On définit d'abord le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-(-1)\\-11-1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-12\end{pmatrix}$.

La droite cherchée est l'ensemble des points M du plan tels que le vecteur $\overrightarrow{AM}$ soit colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}$.

On pose $M(x;y)$ donc : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+1\\y-1\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AM} \text{ est colinéaire à } \overrightarrow{AB} \iff \det\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right) = 0 \iff \begin{vmatrix}x+1 & 4\\ y-1 & -12\end{vmatrix} = 0 \iff -12(x+1) - 4(y-1) = 0$$

$$\iff -12x - 12 - 4y + 4 = 0 \iff -12x - 4y - 8 = 0 \iff 3x + y + 2 = 0$$