GEOMETRIE REPEREE

I. MILIEU ET LONGUEUR D'UN SEGMENT.

a. Milieu d'un segment

Propriété : **Milieu d'un segment**

Soit $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points du plan.

Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

***Exemple* :** Soit $A(1;2)$ et $B(5;-1)$: Les coordonnées du point I milieu de $[\text{AB}]$ vérifient :

$$x_I=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{1+5}{2}=\frac{6}{2}=3 \quad \text{et} \quad y_I=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{2-1}{2}=\frac{1}{2} \text{ : ainsi } \mathrm{I}\left(3;\frac{1}{2}\right).$$

b. Longueur d'un segment, distance entre deux points

Propriété :

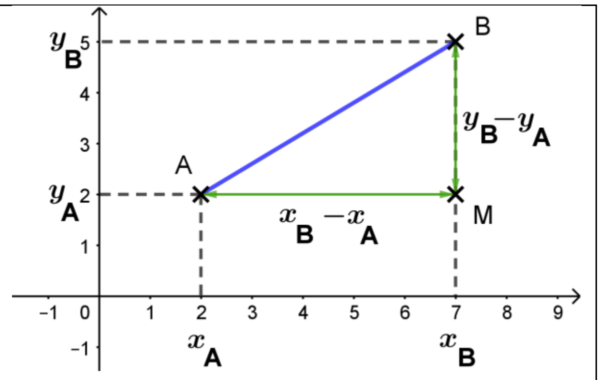
Soit $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points situés dans un repère **orthonormé** du plan.

En appliquant le théorème de Pythagore au triangle rectangle ABM, on a :

$$AB^2=AM^2+BM^2$$

$$\Leftrightarrow \quad AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$



***Exemple* :** Soit $A(1;2)$ et $B(5;-1)$: $AB=\sqrt{(5-1)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{4^2+(-3)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

II. EQUATION REDUITE D'UNE DROITE.

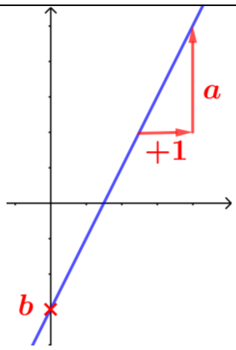
Propriété :

La représentation graphique d'une fonction affine de la forme $f(x)=ax+b$ est une droite non verticale d'équation $y=ax+b$.

→ a s'appelle le **coefficient directeur** et b s'appelle **l'ordonnée à l'origine**.

Si un point $\mathrm{A}(x_\mathrm{A};y_\mathrm{A})$ appartient à cette droite, ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite :

$$y_\mathrm{A}=a\times x_\mathrm{A}+b.$$

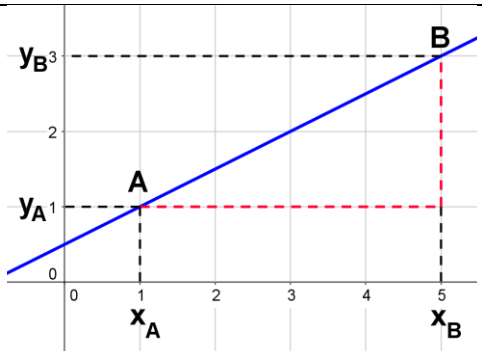


Exemple :

La droite d'équation $y=2x+3$ est l'ensemble de tous les points du plan dont l'ordonnée est égale au double de l'abscisse auquel on ajoute 3.

→ le point $\mathrm{B}(10;23)$ appartient à cette droite : $2x_\mathrm{B}+3=2\times10+3=20+3=23=y_\mathrm{B}$ donc $y_\mathrm{B}=2x_\mathrm{B}+3$

→ $\mathrm{C}(5;15)$ n'appartient pas à cette droite : $2x_\mathrm{C}+3=2\times5+3=10+3=13\neq y_\mathrm{C}$ donc $y_\mathrm{C}\neq 2x_\mathrm{C}+3$.

Propriété **Une droite non verticale est une courbe avec un taux d'accroissement constant.** Soit d une droite non parallèle à l'axe des ordonnées, de coefficient directeur a. Alors, pour tous points $\mathrm{A}(x_\mathrm{A};y_\mathrm{A})$ et $\mathrm{B}(x_\mathrm{B};y_\mathrm{B})$ de la droite d : $$a=\frac{y_\mathrm{B}-y_\mathrm{A}}{x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A}}$$	

Démonstration

$$\frac{y_\mathrm{B}-y_\mathrm{A}}{x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A}}=\frac{(ax_\mathrm{B}+p)-(ax_\mathrm{A}+p)}{x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A}}=\frac{ax_\mathrm{B}-ax_\mathrm{A}}{x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A}}=\frac{a(x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A})}{x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A}}=a$$

Application:

Déterminer l'équation de la droite (AB) passant par les points $\mathrm{A}(4;5)$ et $\mathrm{B}(-1;-5)$.

L'équation de la droite cherchée est de la forme :

$$y=ax+b$$

avec :

$$a=\frac{y_\mathrm{B}-y_\mathrm{A}}{x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A}}=\frac{-5-5}{-1-4}=\frac{-10}{-5}=2.$$

L'équation cherchée devient :

$$y=2x+b$$

Or le point A appartient à la droite (AB) donc :

$$y_\mathrm{A}=2x_\mathrm{A}+b \Leftrightarrow 5=2\times 4+b$$
$$\Leftrightarrow 5-8=b \Leftrightarrow b=-3$$

Ainsi l'équation de la droite (AB) est $y=2x-3$