

Exercice 9A.1

On considère les trois points : A(2;1), B(3;-4) et C(2;0).

On veut placer le point M(x; y) tel que :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

Exercice 9A.2 :

On considère les trois points : A(4;2), B(-2;1) et C(-3;5).

Déterminer les coordonnées du point M(x; y) tel que :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$$

Exercice 9A.3 :

On donne les points : A(1;5), B(-2;-6) et C(-2;6).

Résoudre l'équation vectorielle :

$$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Exercice 9A.4 :

On donne les points : A(-3;8), B(5;-2) et C(7;1).

Résoudre l'équation vectorielle :

$$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Exercice 9A.5 :

On considère les trois points : D(3;9), E(-2;4) et F(5;-4) .

Trouver le point M(x; y) tel que :

$$2\overrightarrow{DM} + 5\overrightarrow{MF} = 7\overrightarrow{ED}.$$

Exercice 9A.6 :

On considère les deux points A(3;5) et B(-2;7).

Trouver le point M(x; y) tel que :

$$2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{BM} = 7\overrightarrow{BA}.$$

Exercice 9A.7 :

On considère les trois points : C(1;5), D(-1;2) et E(4;9).

Trouver le point M(x; y) tel que :

$$\overrightarrow{CM} + 4\overrightarrow{DM} - \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DE}.$$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

Exercice 9A.1

On considère les trois points : A(2;1), B(3;-4) et C(2;0).

On veut placer le point M(x;y) tel que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AB} \begin{vmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{vmatrix} 3-2 \\ -4-1 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{vmatrix} 1 \\ -5 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} \begin{vmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \begin{vmatrix} 2-2 \\ 0-1 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \begin{vmatrix} 1+0 \\ (-5)+(-1) \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \begin{vmatrix} 1 \\ -6 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} \begin{vmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \begin{vmatrix} x-2 \\ y-1 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ y-1=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2=3 \\ y=-6+1=-5 \end{cases}$$

On obtient : M(3;-5)

Exercice 9A.2 :

On considère les trois points : A(4;2), B(-2;1) et C(-3;5).

Déterminer les coordonnées du point M(x;y) tel que : $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$

Première méthode :

$$\overrightarrow{AB} \begin{vmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{vmatrix} -2-4 \\ 1-2 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \begin{vmatrix} -6 \\ -1 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} \begin{vmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \begin{vmatrix} -3-4 \\ 5-2 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \begin{vmatrix} -7 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} \begin{vmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \begin{vmatrix} x-4 \\ y-2 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = 2 \times (-6) - 3 \times (-7) \\ y-2 = 2 \times (-1) - 3 \times 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = -12 + 21 \\ y-2 = -2 - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = 9 \\ y-2 = -11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + 4 \\ y = -11 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = -9 \end{cases} \rightarrow \text{soit } M(13; -9).$$

Deuxième méthode :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - x_A = 2(x_B - x_A) - 3(x_C - x_A) \\ y_M - y_A = 2(y_B - y_A) - 3(y_C - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = 2(-2-4) - 3(-3-4) \\ y-2 = 2(1-2) - 3(5-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = 2(-6) - 3(-7) \\ y-2 = 2(-1) - 3 \times 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = -12 + 21 \\ y-2 = -2 - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = 9 \\ y-2 = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + 4 = 13 \\ y = -11 + 2 = -9 \end{cases}$$

Exercice 9A.3 :

On donne les points : A(1;5), B(-2;-6) et C(-2;6).

Résoudre l'équation vectorielle : $2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_M - x_A) - 3(x_M - x_B) + 4(x_C - x_M) = 0 \\ 2(y_M - y_A) - 3(y_M - y_B) + 4(y_C - y_M) = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_M - 1) - 3(x_M - (-2)) + 4(-2 - x_M) = 0 \\ 2(y_M - 5) - 3(y_M - (-6)) + 4(6 - y_M) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_M - 2 - 3(x_M + 2) - 8 - 4x_M = 0 \\ 2y_M - 10 - 3(y_M + 6) + 24 - 4y_M = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_M - 2 - 3x_M - 6 - 8 - 4x_M = 0 \\ 2y_M - 10 - 3y_M - 18 + 24 - 4y_M = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x_M - 16 = 0 \\ -5y_M - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x_M = 16 \\ -5y_M = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{16}{-5} = -\frac{16}{5} \\ y_M = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

Les coordonnées de M sont : $M\left(-\frac{16}{5}; -\frac{4}{5}\right)$.

Exercice 9A.4 :

On donne les points : A(-3;8), B(5;-2) et C(7;1).

Résoudre l'équation vectorielle : $2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+3) - 3(x-5) + 4(7-x) = 0 \\ 2(y-8) - 3(y+2) + 4(1-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+6-3x+15+28-4x=0 \\ 2y-16-3y-6+4-4y=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x+49=0 \\ -5y-18=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x=-49 \\ -5y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-49}{-5} = \frac{49}{5} \\ y = \frac{18}{-5} = -\frac{18}{5} \end{cases} \text{ on obtient } M\left(\frac{49}{5}; -\frac{18}{5}\right)$$

Exercice 9A.5 :

On considère les trois points : D(3;9), E(-2;4) et F(5;-4) .

Trouver le point M(x;y) tel que : $2\overrightarrow{DM} + 5\overrightarrow{MF} = 7\overrightarrow{ED}$.

$$2\overrightarrow{DM} + 5\overrightarrow{MF} = 7\overrightarrow{ED} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-3) + 5(5-x) = 7 \times (3 - (-2)) \\ 2(y-9) + 5(-4-y) = 7 \times (9-4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-6+25-5x=7 \times 5 \\ 2y-18-20-5y=7 \times 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 19-3x=35 \\ -38-3y=35 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x=35-19 \\ -3y=35+38 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x=16 \\ -3y=73 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{16}{-3} = -\frac{16}{3} \\ y = \frac{73}{-3} = -\frac{73}{3} \end{cases}$$

Soit : $M\left(-\frac{16}{3}; -\frac{73}{3}\right)$.

Exercice 9A.6 :

On considère les deux points $A(3;5)$ et $B(-2;7)$.

Trouver le point $M(x; y)$ tel que : $2\overline{AM} + 3\overline{BM} = 7\overline{BA}$.

$$\begin{aligned} 2\overline{AM} + 3\overline{BM} = 7\overline{BA} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-3) + 3(x-(-2)) = 7(3-(-2)) \\ 2(y-5) + 3(y-7) = 7(5-7) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6 + 3x + 6 = 35 \\ 2y - 10 + 3y - 21 = -14 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 35 \\ 5y = -14 + 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{35}{5} = 7 \\ y = \frac{17}{5} \end{cases} \rightarrow M\left(7; \frac{17}{5}\right) \end{aligned}$$

Exercice 9A.7 :

On considère les trois points : $C(1;5)$, $D(-1;2)$ et $E(4;9)$.

Trouver le point $M(x; y)$ tel que : $\overline{CM} + 4\overline{DM} - \overline{EM} = \overline{CD} - \overline{DE}$.

La relation de Chasles peut réduire l'équation vectorielle :

$$\begin{aligned} \overline{CM} + 4\overline{DM} - \overline{EM} &= \overline{CD} - \overline{DE} \\ \Leftrightarrow \overline{CM} + 4(\overline{DC} + \overline{CM}) - (\overline{EC} + \overline{CM}) &= \overline{CD} + \overline{ED} \\ \Leftrightarrow \overline{CM} + 4\overline{DC} + 4\overline{CM} - \overline{EC} - \overline{CM} &= \overline{CD} + \overline{ED} \\ \Leftrightarrow 4\overline{CM} &= \overline{CD} + \overline{ED} + \overline{EC} + 4\overline{CD} \\ \Leftrightarrow 4\overline{CM} &= (\overline{EC} + \overline{CD}) + \overline{EC} + 5\overline{CD} \\ \Leftrightarrow 4\overline{CM} &= 2\overline{EC} + 6\overline{CD} \\ \Leftrightarrow 2\overline{CM} &= \overline{EC} + 3\overline{CD} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-1) = 1-4+3(-1-1) \\ 2(y-5) = 5-9+3(2-5) \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2 = -3-6 \\ 2y-10 = -4-9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -9+2 \\ 2y = -13+10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-7}{2} \\ y = \frac{-3}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Soit $M\left(\frac{-7}{2}; \frac{-3}{2}\right)$.