

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). A, B et C sont trois points dont on connaît les coordonnées, et on veut placer le point M donné par une égalité vectorielle.

**EXEMPLE :** On considère les trois points A(2 ; 1), B(3 ; -4) et C(-1 ; -3). On veut placer le point M tel que :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

1. D'abord, on va calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  qui permettent de définir le point M :

$$\begin{array}{l} \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 - 2 \\ -4 - 1 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 - 2 \\ -3 - 1 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \end{array}$$

2. On va maintenant calculer les coordonnées du vecteur  $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$  :

$$\begin{array}{l} 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \times 1 - (-3) \\ 2 \times (-5) - (-4) \end{pmatrix} \\ 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 + 3 \\ -10 + 4 \end{pmatrix} \\ 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix} \end{array}$$

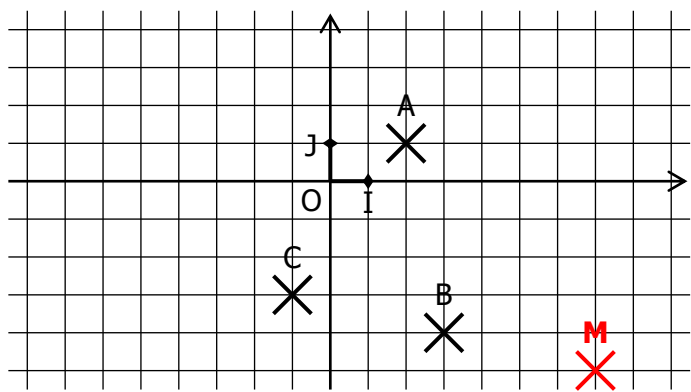
3. On ne connaît pas les coordonnées M. On va donc les appeler  $x$  et  $y$ , et on va calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AM}$  en fonction de  $x$  et  $y$  :

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} \quad \text{donc} \quad \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - 2 \\ y - 1 \end{pmatrix}$$

4. On utilise l'égalité  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$  pour se ramener à deux équations dont  $x$  et  $y$  sont les inconnues :

$$\begin{array}{l} \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 5 \\ y - 1 = -6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 + 2 \\ y = -6 + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -5 \end{cases} \end{array}$$

**CONCLUSION :** M a pour coordonnées (7 ; -5)



### EXERCICE 6D.1

On considère les trois points :

$$A(2 ; 1) \quad B(3 ; -4) \quad C(2 ; 0)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

- Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .
- Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .
- Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{AM}$  (en fonction de  $x$  et  $y$ ).
- Déterminer les coordonnées de M.

### EXERCICE 6D.2

On considère les trois points :

$$A(3 ; -1) \quad B(0 ; 2) \quad C(-3 ; 1)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

- Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .
- Calculer les coordonnées de  $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ .
- Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{AM}$  (en fonction de  $x$  et  $y$ ).
- Déterminer les coordonnées de M.

### EXERCICE 6D.3

On considère les trois points :

$$A(3 ; -1) \quad B(0 ; 5) \quad C(-4 ; 1)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$$

- Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{AB}$ .
- Calculer les coordonnées de  $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$ .
- Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{BM}$  (en fonction de  $x$  et  $y$ ).
- Déterminer les coordonnées de M.

### EXERCICE 6D.4

On considère les trois points :

$$A(4 ; 5) \quad B(-2 ; 7) \quad C(-7 ; 1)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC}$$

- Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .
- Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC}$ .
- Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{CM}$  (en fonction de  $x$  et  $y$ ).
- Déterminer les coordonnées de M.

**CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI****EXERCICE 6D.1** On considère les trois points :

$$A(2 ; 1) \quad B(3 ; -4) \quad C(2 ; 0)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$1. \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

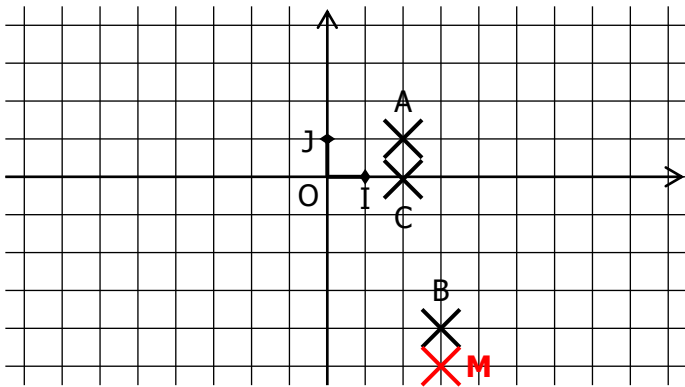
$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2-2 \\ 0-1 \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$2. \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 1+0 \\ -5+(-1) \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$3. \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-2 \\ y-1 \end{pmatrix}$$

$$4. \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ y-1=-6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2 \\ y=-6+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}$$

**CONCLUSION :** M a pour coordonnées **(3 ; -5)****EXERCICE 6D.2** On considère les trois points :

$$A(3 ; -1) \quad B(0 ; 2) \quad C(-3 ; 1)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

$$1. \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 0-3 \\ 2-(-1) \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3-3 \\ 1-(-1) \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

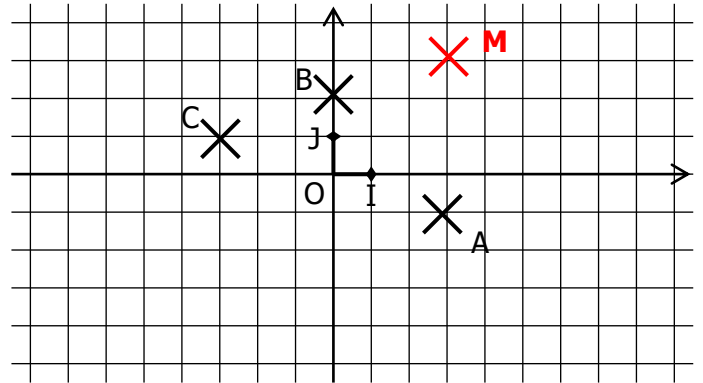
$$2. 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \times (-3) - (-6) \\ 2 \times 3 - 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{soit } 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3. \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-3 \\ y+1 \end{pmatrix}$$

$$4. \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ y+1=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$$

**CONCLUSION :** M a pour coordonnées **(3 ; 3)****EXERCICE 6D.3** On considère les trois points :

$$A(3 ; -1) \quad B(0 ; 5) \quad C(-4 ; 1)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$$

$$1. \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -4-0 \\ 1-5 \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 0-3 \\ 5-(-1) \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$2. 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \times (-4) - (-3) \\ 2 \times (-4) - 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{soit } 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$$3. \overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} x \\ y-5 \end{pmatrix}$$

$$4. \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y-5=-14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=-14+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=-9 \end{cases}$$

**CONCLUSION :** M a pour coordonnées **(-5 ; -9)****EXERCICE 6D.4** On considère les trois points :

$$A(4 ; 5) \quad B(-2 ; 7) \quad C(-7 ; 1)$$

On veut placer le point M (x ; y) tel que :

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC}$$

$$1. \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2-4 \\ 7-5 \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -7-4 \\ 1-5 \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -11 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -7-(-2) \\ 1-7 \end{pmatrix} \text{ soit } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$2. \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -6+2\times(-11)-3\times(-5) \\ 2+2\times(-4)-3\times(-6) \end{pmatrix}$$

$$\text{soit } \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -6-22+15 \\ 2-8+18 \end{pmatrix}$$

$$\text{soit } \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -13 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$3. \overrightarrow{CM} \begin{pmatrix} x+7 \\ y-1 \end{pmatrix}$$

$$4. \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x+7 = -13 \\ y-1 = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -13-7 \\ y = 12+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -20 \\ y = 13 \end{cases}$$

**CONCLUSION :** M a pour coordonnées **(-20 ; 13)**