EXERCICE 2A.1 : Compléter le tableau :

x	1	-1	2	-3	$\sqrt{5}$	$\frac{3}{4}$	$0{,}1$	$-0{,}2$
x^3								
$-x^3$								
$(-x)^3$								
$3x$								

EXERCICE 2A.2 : On considère la fonction $f : x \mapsto x^3$ définie sur $]-\infty ; +\infty[$.

a. Calculer les images par f de 6 ; -8 ; $-\sqrt{3}$; $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$.

b. Calculer les images par f de $\sqrt{2}-1$ et de $1-\sqrt{2}$. Que remarque-t-on ?

c. Quel est le nombre a qui a une image opposée par f à celle de $-3+\sqrt{7}$ par f ?
Calculer l'image de ce nombre a.

d. Montrer que l'image de $\sqrt{18}+\sqrt{50}$ est un nombre multiple de $\sqrt{2}$.

EXERCICE 2A.3 :

f est la fonction cube. Déterminer les antécédents par f, lorsque cela est possible, de chacun des réels suivants :

a) 1 b) -8 c) 0 d) $\dfrac{125}{64}$ e) 1000 f) 43

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI - *Montpellier*

EXERCICE 2A.1 : Compléter le tableau :

x	1	-1	2	-3	$\sqrt{5}$	$\frac{3}{4}$	0,1	$-0,2$
x^3	1	-1	8	-27	$5\sqrt{5}$	$\frac{27}{64}$	0,001	$-0,008$
$-x^3$	-1	1	-8	27	$-5\sqrt{5}$	$-\frac{27}{64}$	$-0,001$	0,008
$(-x)^3$	-1	1	-8	27	$-5\sqrt{5}$	$-\frac{27}{64}$	$-0,001$	0,008
$3x$	3	-3	6	-9	$3\sqrt{5}$	$\frac{9}{4}$	0,3	$-0,6$

EXERCICE 2A.2 : On considère la fonction $f : x \mapsto x^3$ définie sur $]-\infty;+\infty[$.

a. $f(6)=6^3=216$; $f(-11)=-1331$; $f(-\sqrt{3})=-3\sqrt{3}$; $f\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)=\frac{\sqrt{2}}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{5}=\frac{2\sqrt{2}}{125}$.

b. $f(\sqrt{2}-1)=(\sqrt{2}-1)^3=(\sqrt{2}-1)\times(\sqrt{2}-1)^2=(\sqrt{2}-1)\times(2-2\sqrt{2}+1)=(\sqrt{2}-1)\times(3-2\sqrt{2})$

$f(1-\sqrt{2})=(1-\sqrt{2})^3=(1-\sqrt{2})\times(1-\sqrt{2})^2=(1-\sqrt{2})\times(1-2\sqrt{2}+2)=(1-\sqrt{2})\times(3-2\sqrt{2})$

→ $(\sqrt{2}-1)$ est l'opposé de $(1-\sqrt{2})$ donc ces deux nombres opposés ont des images opposées.

c. La fonction cube est impaire donc le nombre *a* qui a une image opposée par *f* à celle de $-3+\sqrt{7}$ est $3-\sqrt{7}$.

$f(3-\sqrt{7})=(3-\sqrt{7})^3=(3-\sqrt{7})\times(3-\sqrt{7})^2=(3-\sqrt{7})\times(9-6\sqrt{7}+7)=(3-\sqrt{7})\times(16-6\sqrt{7})$

$=48-18\sqrt{7}-16\sqrt{7}+6\times7=90-34\sqrt{7}$

d. $f(\sqrt{18}+\sqrt{50})=(\sqrt{18}+\sqrt{50})^3=(\sqrt{9}\times\sqrt{2}+\sqrt{25}\times\sqrt{2})^3=(3\sqrt{2}+5\sqrt{2})^3=(8\sqrt{2})^3=8^3\times(\sqrt{2})^3$

$=512\times2\sqrt{2}=1024\sqrt{2}$

EXERCICE 2A.3 :

f est la fonction carrée. Déterminer les antécédents par *f*, lorsque cela est possible, de chacun des réels suivants :

a) $f(x)=1 \Leftrightarrow x^3=1$ → $S=\{1\}$

b) $f(x)=-8 \Leftrightarrow x^3=-8$

$x^3=-8 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{-8}=-2$

ou $x^3=-8 \Leftrightarrow (x^3)^{\frac{1}{3}}=(-8)^{\frac{1}{3}}=-2$

→ $S=\{-2\}$

c) $f(x)=0 \Leftrightarrow x^3=0$ → $S=\{0\}$

d) $f(x)=\frac{125}{64} \Leftrightarrow x^3=\frac{125}{64}$

$x^3=\frac{125}{64} \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\frac{125}{64}}=\frac{5}{4}$

ou $x^3=-8 \Leftrightarrow (x^3)^{\frac{1}{3}}=\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{1}{3}}=\frac{5}{4}$

→ $S=\left\{\frac{5}{4}\right\}$

e) $f(x)=1000 \Leftrightarrow x^3=1000$ → $S=\{10\}$

f) $f(x)=43 \Leftrightarrow x^3=43$ → $S=\{\sqrt[3]{43}\}$ (racine cubique de 43) ou $S=\left\{43^{\frac{1}{3}}\right\}$